

ARBEITSBLATT ZUR \ln -FUNKTION

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die ersten beiden Ableitungen von f .

a) $f(x) = 1 + \ln x$ b) $f(x) = x^2 + \ln(x^3)$ c) $f(x) = \ln(1 + 3x^2)$ d) $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

Aufgabe 2: Geben Sie für jedes Intervall, auf dem die Funktion f definiert ist, eine Stammfunktion an.

a) $f(x) = \frac{4}{x}$ b) $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ c) $f(x) = \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x^2}$ d) $f(x) = \frac{1}{3x-1}$

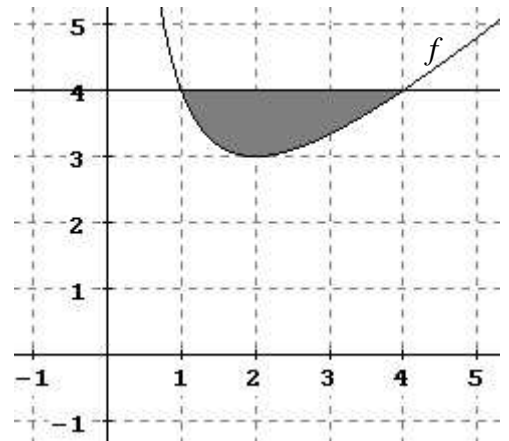
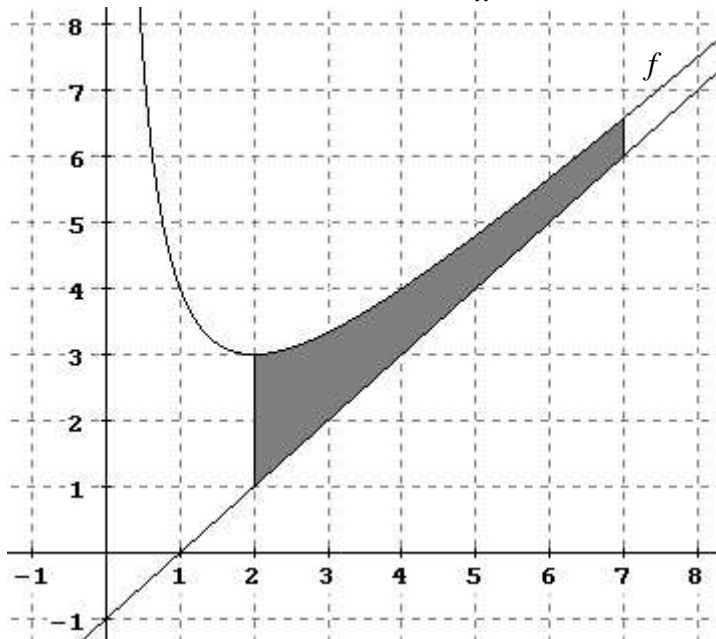
Aufgabe 3: Welche der Funktionen ist eine Stammfunktion von f mit $f(x) = \ln x$? Überprüfen Sie mit Hilfe der Ableitung.

a) $f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2)$ b) $f(x) = \ln(x^2)$ c) $f(x) = \ln(x) \cdot (\ln(x) + x)$ d) $f(x) = x \cdot \ln x - x$

Aufgabe 4: Berechnen Sie.

a) $\int_{-10}^{-1} \frac{5}{x} dx$ b) $\int_e^{2e} \frac{x^2 - 1}{x} dx$ c) $\int_2^3 \frac{4}{2x+10} dx$ d) $\int_{10}^{100} \frac{1-x}{x^2} dx$

Aufgabe 5: Berechnen Sie den Inhalt der gefärbten Fläche. Die Funktionsgleichung der Funktion f lautet stets $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x}$.



Aufgabe 6: Untersuchen Sie die Funktion f mit $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$. Zeichnen Sie den Graphen.

Aufgabe 7: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x - \ln x$.

- Untersuchen Sie die Funktion f auf Null-, Extrem- und Wendestellen. Zeichnen Sie den Graphen von f .
- In welchem Punkt hat der Graph die Steigung $-e$? Gibt es Punkte mit Steigung e ?
- Vom Ursprung aus soll eine Tangente an einen weiteren Punkt P des Graphen von f gelegt werden. Ermitteln Sie die Koordinaten von P .
- Der Graph von f schließt mit der x -Achse und den Geraden $x = 1$ und $x = e$ eine Fläche ein. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.